

Bài 1. (4 điểm)

Tìm cực trị của hàm số $y = 2 \sin x + \cos 2x, x \in [0; \pi]$.

Bài 2. (4 điểm)

Cho dãy số (u_n) xác định bởi $u_n = \sqrt{n+2} - 2\sqrt{n+1} + \sqrt{n}$.

Gọi $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$. Tìm $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$.

Bài 3. (3 điểm)

Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , mặt bên SAB là tam giác đều. Cho $SC = SD = a\sqrt{3}$. Gọi H và K lần lượt là trung điểm của các cạnh SA và SB . Gọi M là điểm tùy ý trên cạnh AD . Mặt phẳng (HKM) cắt BC tại N . Đặt $AM = x (0 \leq x \leq a)$. Tứ giác $HKNM$ là hình gì? Tính diện tích của nó theo a và x .

Bài 4. (3 điểm)

Giải phương trình $\sqrt{x-2\sqrt{x-1}} + \sqrt{x+3-4\sqrt{x-1}} = 1$.

Bài 5. (3 điểm)

Chia đoạn thẳng AB dài 12 cm thành 3 đoạn và dựng 3 hình vuông có cạnh là 3 đoạn ấy. Tìm giá trị nhỏ nhất của tổng diện tích 3 hình vuông trên.

Bài 6. (3 điểm)

a) Cho a, b, c là các số thực dương. Chứng minh rằng $(1+a)(1+b)(1+c) \geq (1+\sqrt[3]{abc})^3$.

b) Chứng minh rằng với mọi tam giác ABC , ta đều có

$$\left(1 + \frac{1}{\sin \frac{A}{2}}\right) \left(1 + \frac{1}{\sin \frac{B}{2}}\right) \left(1 + \frac{1}{\sin \frac{C}{2}}\right) \geq 27.$$

Hết

Bài 1. (5 điểm)

- a) Giải phương trình với ẩn số thực $\sqrt{1-x} = \sqrt{6-x} - \sqrt{-5-2x}$.
- b) Tìm tham số thực m để phương trình $x^3 - 3mx^2 - 3x + 3m + 2 = 0$ có 3 nghiệm phân biệt x_1, x_2, x_3 thỏa điều kiện $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 > 15$.

Bài 2. (4 điểm)

Tìm ba số hạng đầu tiên của một cấp số nhân, biết rằng tổng của chúng bằng $\frac{148}{9}$ và đồng thời các số hạng đó tương ứng là số hạng đầu, số hạng thứ tư và số hạng thứ tám của một cấp số cộng.

Bài 3. (4 điểm)

- a) Tìm hàm f xác định trên tập số thực \mathbb{R} và thỏa mãn hệ thức

$$f(x-1) + 2f(1-x) = 3x, \forall x \in \mathbb{R}.$$

- b) Tồn tại hay không một đa thức $f(x)$ với hệ số nguyên mà

$$f(26) = 1931 \text{ và } f(3) = 1995.$$

Bài 4. (4 điểm)

Cho hình bình hành $ABCD$ có góc A nhọn. Đường phân giác của góc BAD cắt cạnh BC tại F và cắt DC tại K . Từ đỉnh D , kẻ $DB \perp AK (P \in AK)$. Đặt $DP = m$, góc $ADC = 180^\circ - 2\alpha$. Tính diện tích hình bình hành $ABCD$ theo m và α , biết $\frac{S_{KFC}}{S_{AFCD}} = \frac{1}{15}$. (Kí hiệu S_{KFC} và S_{AFCD} lần lượt là diện tích tam giác KFC và diện tích tứ giác $AFCD$).

Bài 5. (3 điểm)

Trong hình chữ nhật kích thước 1×2 ta lấy $(6n^2 + 1)$ điểm, với n là số nguyên dương. Chứng minh rằng tồn tại một hình tròn bán kính $\frac{1}{n}$ chứa không ít hơn 4 điểm trong số các điểm đã cho.

-----HẾT-----

- Giám thị coi thi không giải thích gì thêm.
- Thí sinh không được sử dụng tài liệu.
- Đối với bài 1 và 3: các câu a, b là độc lập.